

Funktiot arjessani

Kohderyhmä: 9. luokka

Esitiedot: Koordinaatisto

Taustalla oleva matematiikka: Riippuvuus, riippuvuuden esittäminen muuttujien avulla, funktion käsite, yksinkertaisten funktioiden tulkitseminen ja niiden kuvaajien piirtäminen koordinaatistoon, lineaarinen funktio

Ajankäyttö: Varsinainen projekti 6 · 45 min, tuotosten esittely 45 min

Opetustilat: Oma luokka/tietokonehuone

Tarvittavat välineet: Tietokone, internet-yhteys, Geogebra tai vastaava ohjelma kuvaajien piirtämiseen

Tavoitteet: Projektityöskentely tutustuttaa oppilaat funktioihin. Tavoitteena on ymmärtää funktion käsite ja oppia ratkaisemaan erilaisia funktioihin liittyviä ongelmia oppilaille tuttuun arkipäivän aiheiden avulla.

Lyhyt kuvaus projektista: Opettaja jakaa luokan noin kolmen henkilön ryhmiin. Tiimit valitsevat annetusta aiheesta mieleisensä niin, että kaikilla tiimeillä on eri aihe.

Tiimit tutustuvat omaan aiheeseensa ja laativat ajankäyttösuunnitelman projektitunneille. Oppilaat toimivat annettujen työohjeiden mukaisesti ja muodostavat omasta aiheestaan funktion, piirtävät sen kuvaajan Geogebralla ja etsivät omasta funktiostaan pyydettyjä ominaisuuksia. Jokainen tiimi valmistaa omasta funktiostaan esityksen, jossa tulee olla määrätty asiat. Esitys voi olla Powerpoint, video, posterit tai vaikka näytelmä. Muut ryhmät antavat palautetta. Projektin aikana ryhmät myös täyttävät muistiinpanomonistetta.

Opettaja kannustaa oppilaita etsimään tietoa käytössä olevista lähteistä, ratkaisemaan ongelmia tiiminä ja kysymään ohjeita ensin kavereilta. Opettaja auttaa vasta tarvittaessa.

Huom! Projekti voidaan toteuttaa myös kertauksena aiheiden käsittelyn jälkeen.

Eriytämiskäsitteitä: Jos ryhmät ovat taidoiltaan homogeenisiä, voi opettaja valita taitavimmille ryhmille haastavamman aiheen. Lisäksi matemaattisesti taitavia oppilaita voi kannustaa syventämään oman funktionsa käsittelyä tai antamalla kirjasta lisätehtäviä.

Mikäli ryhmät ovat heterogeenisiä, taitavimmat oppilaat voivat neuvoa heikompia ryhmän sisällä. Projektityöskentelyssä tarvitaan myös monenlaisia taitoja, joten matemaattisesti heikommat oppilaat voivat kokea onnistumisia toisissa työvaiheissa ja toimia välillä neuvonantajina.

Arviointi: Projektityöskentelyn päätavoitteena on luoda tuotos, joten tiimien aikaansaamat esitykset arvioidaan. Lisäksi opettajan kannattaa arvioida oppilaiden ryhmätyöskentelyä. Apua arviointiin voi saada teettämällä vertaisarviointin ryhmätyöskentelyn sujumisesta esimerkiksi seuraavasti:



Asteikko: K = kiitettävä, H = hyvä, T = tyydyttävä, P = puutteita

	Oma arvio	Vertaisarvio	Vertaisarvio	Vertaisarvio	Opettajan arvio
Oppilaan osuus työskentelyssä					

Vertaisarvioijat kuuluvat samaan ryhmään kuin itse arvioitava oppilas. Arvioinnista kerrotaan oppilaille projektin alussa.

Apua projektiaiheisiin:

Funktiot voivat olla esimerkiksi seuraavanlaisia. Myös muita vaihtoehtoja voi olla.

- Salamaniskun etäisyys
 - $f(t) = \frac{1}{3}t$, missä t on aika sekunteina salaman näköhavainnosta jyrinän alkuun.
- Sukeltajaan kohdistuva paine
 - $p(h) = p_0 + mgh$, missä p_0 (Pa) on vallitseva ilmanpaine ja m (kg) sukeltajan massa, g (m/s²) putoamiskiihtyvyys ja h (m) sukellussyvyys.
- Hiusten pituus, kun hiuksilla on jokin lähtöpituus ja niiden kasvu oletetaan tasaiseksi
 - $f(t) = x_0 + 1 \text{ cm} \cdot t$, missä x_0 (cm) on hiusten lähtöpituus ja t aika kuukausina alkutilanteesta.
- Palvelunumeroon soittamisen hinta
 - $f(t) = pvm + \text{minuuttihinta} \cdot t$, missä pvm (snt) on paikallisverkkomaksu, minuuttihinta (snt/min) on yrityksen määrittelemä hinta minuuttia kohti ja t on puhelin kesto minuutteina.
- Irtokarkkipussin hinta
 - $f(m) = \text{kilohinta} \cdot m$, missä m (kg) on karkkien massa.
- Kartalla oleva matka todellisuudessa
 - $f(x) = \text{mittakaava} \cdot x$, missä x on kartalla mitattu etäisyys. Yksiköt on valittava järkevästi!
- Jäljellä oleva matka ajan kuluessa, kun kuljetaan vakionopeudella
 - $f(t) = x - v \cdot t$, missä x (m) on kokonaismatka, v (m/s) on vakionopeus ja t (s) lähtöhetkestä kulunut aika. Voidaan ajatella myös kilometreinä ja tunteina riippuen matkan pituudesta.
- Kuinka pitkän matkan mopolla pääsee, kun tankkaa tietyllä summalla (oletuksena vakiokulutus)
 - $f(h) = \frac{1}{\text{keskikulutus} \cdot \text{litrahinta}} \cdot h$, missä h (e) on tankkauksen kokonaishinta, keskikulutus (l/km) on mopon keskikulutus ja litrahinta (e/l) on polttoaineen



litrahinta. Keskikulutus voi olla myös yksikössä l/100km, mikä tulee huomioida funktiossa.

9. Saatujen pikkuleipien määrä samalla reseptillä (käytettävissä eri määrä voita)
 - useita eri vaihtoehtoja ratkaista



Funktiot arjessani

Monia arkisia asioita voidaan kuvata matemaattisesti funktion avulla. Tässä projektissa tarkastellaan ilmiöitä, joita voidaan mallintaa matemaattisesti funktiona.

Työohjeet:

1. Jakautukaa noin 3 henkilön ryhmiin.
2. Valitkaa aihe alla olevasta listasta. Kahdella ryhmällä ei saa olla samaa aihetta.
 - Salamaniskun etäisyys
 - Sukeltajaan kohdistuva paine
 - Hiusten pituus, kun hiuksilla on jokin lähtöpituus ja niiden kasvu oletetaan tasaiseksi
 - Palvelunumeron soittamisen hinta
 - Irtokarkkipussin hinta
 - Kartalla oleva matka todellisuudessa
 - Jäljellä oleva matka ajan kuluessa, kun kuljetaan vakionopeudella
 - Kuinka pitkän matkan mopolla pääsee, kun tankkaa tietyllä summalla (oletuksena vakiokulutus)
 - Saatujen pikkuleipien määrä samalla reseptillä (käytettävissä eri määrä voita)
3. Lukekaa työohje huolella läpi.
4. Tehkää ryhmällemme ajankäyttösuunnitelma annetun pohjan avulla. Näyttäkää suunnitelmanne opettajalle.
5. Miettikää, mihin alatte tuotostanne suunnitella ja miten se on koko ryhmän luettavissa (pilvipalvelu, muistitikut, sähköpostin liite, vihott...).
6. Muodostakaa omasta aiheestanne funktio.
 - Tarvittavia tietoja voitte etsiä netistä tai haluamistanne muista lähteistä. Ilmoittakaa esityksessänne, mistä olette tiedot löytäneet.
 - Mistä funktionne arvo riippuu eli mikä on funktion muuttuja?
 - Näyttäkää funktionne lauseke opettajalle tässä vaiheessa.
7. Mitä funktionne käytännössä tarkoittaa? Miten funktionne toimii?
8. Piirtäkää funktionne kuvaaja Geogebraalla. Käyttäkää apuna Geogebra-ohjetta.
9. Tutkikaa funktiotanne.
 - Millaisia arvoja funktio saa? (arvojoukko)
 - Millaisia arvoja muuttuja voi saada? (määrittelyjoukko)
 - Vaikuttaako määrittelyjoukko piirtämäänne kuvaajaan?
10. Onko funktio nouseva tai laskeva? Mikä on funktion kulmakerroin?
11. Selvittäkää funktion arvo jossakin pisteessä sekä laskemalla että kuvaajasta.

HUOM! Täydentäkää muistiinpanot-monistetta koko projektin ajan!



- Mitä tämä piste kertoo teille? Selitä pisteen merkitys sanallisesti.
12. Leikkaako funktionne x-akselin? (nollakohta)
- Ratkaissaa nollakohta sekä kuvaajasta että laskemalla.
13. Mitkä ovat funktion pienin ja suurin arvo?
14. Tehkää esitys omasta funktiostanne. Esitys voi olla Powerpoint-esitys, video, posterit tai vaikka näytelmä, kunhan kaikki alla mainitut asiat tulevat ilmi.
- **Aihe**
 - **Funktion lauseke** (Lisäksi voitte kertoa, miten muodostitte lausekkeen.)
 - **Sanallinen selitys**, mitä funktio tarkoittaa ja miten se toimii? Mikä on funktion muuttuja?
 - **Funktion kuvaaja**
 - Funktion jyrkkyys eli **kulmakerroin**. Onko funktio nouseva tai laskeva?
 - **Arvojoukko**
 - **Määrittelyjoukko**
 - **Funktion arvo jossakin pisteessä** sekä laskemalla että kuvaajasta tulkittuna. Mitä tämä piste kertoo?
 - **Funktion nollakohdat** laskemalla ja kuvaajasta tulkittuna, jos mahdollista. Mitä tämä tarkoittaa?
15. Antakaa kannustavaa palautetta muiden ryhmien esityksistä.

Geogebra-ohje:

1. Avaa Geogebra-ohjelma.
2. Kirjoita ikkunan alareunassa näkyvään syöttökenttään funktion lauseke.
3. Paina **enter**, jolloin ohjelma piirtää funktion kuvaajan. Minkä pisteiden kautta suora kulkee?
4. Muokkaa kuvaajaa oikeaa hiiren painiketta painamalla löytyvillä ominaisuuksilla.
5. Väritä vasemmalla hiiren painikkeella ala, jonka haluat kopioida kuvaksi.
6. Valitse **Tiedosto > Vie > Piirtoalue kuvana (png,eps)...** ja tallenna kuva haluamaasi kansioon.
7. Käytä kuvaa esityksessä.

Voit myös vaihtaa kuvaajan ja suoran värejä ja tyylejä.



AJANKÄYTTÖSUUNNITELMA:

Teillä on käytössä 6 oppituntia. Miettikää, mitä teette milloinkin, jotta saatte tuotoksen ajoissa valmiiksi!
Kuka tekee mitäkin?

Aihe:

Tiimi:

Tunti	Mitä tehdään?
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

Vinkkinä työvaiheita:

- funktion keksiminen
- kuvaajan piirtäminen geogebraalla
- suoran yhtälön opiskeleminen
- kuvaajan tulkinta (jyrkkyys, arvojoukko, määrittelyjoukko)
- funktion arvo pisteessä
- funktion nollakohta
- suurin ja pienin arvo
- esityksen suunnittelu ja toteutus



FUNKTIOT - MUISTIINPANOT

Täydennä itsellesi muistiinpanot funktioista projektia tehdessäsi.

Funktio:

Kuvaa kahden suureen säännönmukaista riippuvuutta.

Funktion kuvaajan piirtäminen:

Määrittelyjoukko:

Arvojoukko:

Funktion arvo pisteessä:

- Kuvaajasta:

- Laskemalla:

Funktion nollakohdat:

- Kuvaajasta:

- Laskemalla:

Suoran yhtälö:

Suoran kulmakerroin:

